

**CENTRUL NAȚIONAL  
DE EVALUARE  
ȘI EXAMINARE**

**DIRECȚIA GENERALĂ  
EDUCAȚIE ȘI ÎNVĂȚARE  
PE TOT PARCURSUL VIEȚII**



**MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
CERCETĂRII  
TINERETULUI  
ȘI SPORTULUI**

**CONCURSUL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR  
DIDACTICE/ CATEDRELOR DECLARATE  
VACANTE/ REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL  
PREUNIVERSITAR**

**PROGRAMA  
PENTRU**

**DISCIPLINA  
MATEMATICĂ**

## A. NOTĂ DE PREZENTARE

Programa pentru disciplina *Matematică* se adresează absolvenților învățământului superior de specialitate și profesorilor care se prezintă la *Concursul pentru ocuparea posturilor didactice/ catedrelor declarate vacante/ rezervate în unitățile de învățământ preuniversitar*.

Programa pentru concurs este elaborată luând în considerare și programele școlare în vigoare din învățământul preuniversitar, respectiv programele pentru evaluările și examenele naționale la disciplina *Matematică*.

Programa este în concordanță cu profilul absolventului de învățământ superior care urmează să fie încadrat în învățământul preuniversitar, competențele și conținuturile din programă fiind stabilite în conformitate cu abordarea curriculară sistemică a activităților didactice. Din această perspectivă, aspectele fundamentale vizate prin această programă sunt:

- cunoașterea conținuturilor științifice fundamentale și a conexiunilor pe care *Matematica* le are cu alte discipline studiate în învățământul preuniversitar;
- aplicarea conceptelor de bază și a principiilor didacticii generale și ale metodicii predării matematicii în gimnaziu și în liceu în contexte educaționale specifice.

## B. COMPETENȚE ALE PROFESORULUI DE MATEMATICĂ

Pe lângă conținuturile științifice de specialitate și cele de metodică predării matematicii, programa vizează competențe pe care profesorul de matematică trebuie să și le formeze, să le dezvolte și să le probeze pe parcursul desfășurării activității didactice. Aceste competențe sunt:

- cunoașterea conținuturilor științifice de specialitate, probată prin:
  - identificarea unor date, relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite;
  - prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice;
  - utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete;
  - exprimarea caracteristicilor matematice, cantitative sau calitative, ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora;

- analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă;
- modelarea matematică a unor situații variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii;
- aplicarea principiilor didacticii matematicii și a cunoștințelor de metodica predării matematicii, probate prin:
  - capacitatea de proiectare a unui demers didactic pentru ciclul gimnazial sau liceal;
  - adecvarea strategiilor didactice la conținuturi și la competențele vizate, prin construirea unor demersuri didactice interactive, stimulative, participative;
  - asigurarea concordanței între strategii de evaluare, competențe, conținuturi și instrumente de evaluare.

### **C. TEMATICA ȘTIINȚIFICĂ PENTRU DISCIPLINA *MATEMATICĂ***

#### **Algebră (cu elemente de logică matematică, teoria mulțimilor, aritmetică, teoria probabilităților și statistică)**

Propoziții. Operatori logici. Predicate. Cuantificator universal și cuantificator existențial.

Mulțimi. Mulțimi de numere ( $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ ). Operații cu mulțimi. Principiul includerii și excluderii. Relații binare. Relații de ordine. Relații de echivalență, clase de echivalență. Numere cardinale, operații. Mulțimi finite și mulțimi infinite. Mulțimi numărabile și mulțimi nenumărabile. Metoda inducției matematice.

Funcții. Funcții injective, surjective, bijective. Compunerea funcțiilor. Funcții inversabile, inversa unei funcții. Funcții reale de variabilă reală monotone, periodice, pare, impare. Operații cu funcții reale.

Șiruri. Șiruri recurente. Progresii aritmetice și progresii geometrice.

Numere naturale și numere întregi. Teorema împărțirii cu rest. Divizibilitate. Criterii de divizibilitate. Numere prime. Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c., c.m.m.m.c a două sau mai multor numere întregi. Algoritmul lui Euclid pentru determinarea c.m.m.d.c. a două numere întregi. Ecuații diofantice:  $ax + by = c$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ .

Probleme de numărare. Permutări, aranjamente, combinări. Binomul lui Newton.

Evenimente aleatoare, operații cu evenimente. Probabilitatea unui eveniment în cazul evenimentelor elementare egal probabile (cazul finit). Probabilități condiționate. Evenimente independente. Scheme clasice de probabilitate (Poisson și Bernoulli). Variabile aleatoare.

Radicalul de ordinul  $n$  dintr-un număr real. Puteri cu exponent rațional și puteri cu exponent real. Funcția exponențială și funcția logaritmică.

Numere complexe. Forma algebrică, modulul și conjugatul unui număr complex. Forma trigonometrică a unui număr complex. Operații cu numere complexe. Formula lui Moivre. Rădăcinile de ordinul  $n$  ale unui număr complex. Ecuații binome. Interpretări geometrice ale operațiilor cu numere complexe. Aplicații în geometrie ale numerelor complexe.

Lege de compoziție. Asociativitate, comutativitate, element neutru, elemente simetrizabile. Monoid, grup, subgrup. Morfism de grupuri, izomorfism de grupuri. Teorema lui Lagrange. Grup ciclic. Ordinul unui element într-un grup. Teorema lui Cauchy. Grup de permutări. Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți. Transpoziție. Signatura unei permutări.

Inel unitar, subinel, divizori ai lui zero. Morfism de inele, izomorfism de inele. Grupul unităților unui inel. Inel integru. Caracteristica unui inel. Inelul claselor de resturi modulo  $n$ . Indicatorul lui Euler. Mica teoremă a lui Fermat, teorema lui Euler, teorema lui Wilson. Lema chineză a resturilor. Corp, subcorp. Morfism de corpuri, izomorfism de corpuri.

Inelul polinoamelor de o nedeterminată, cu coeficienți într-un inel comutativ. Gradul unui polinom. Funcție polinomială. Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice. Teorema împărțirii cu rest pentru polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ. Divizibilitate, asociere în divizibilitate, c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două sau mai multor polinoame, algoritmul lui Euclid pentru aflarea c.m.m.d.c. a două polinoame. Rădăcinile unui polinom cu coeficienți într-un corp comutativ. Teorema lui Bézout. Teorema fundamentală a algebrei. Rădăcini multiple. Derivata formală a unui polinom. Formula lui Taylor pentru polinoame cu coeficienți într-un corp de caracteristică zero. Teorema de caracterizare a rădăcinilor multiple pentru un polinom cu coeficienți într-un corp de caracteristică zero. Relațiile lui Viète. Sumele lui Newton. Polinoame cu coeficienți întregi, raționali, reali, complecși. Polinoame ireductibile.

Spațiu vectorial, subspațiu. Dependență liniară, independență liniară, sistem de generatori. Bază a unui spațiu vectorial. Aplicație liniară. Matrice cu elemente într-un inel comutativ. Operații cu matrice. Transpusa unei matrice. Determinantul de ordin  $n$ . Proprietăți ale determinantilor. Determinantul produsului a două matrice. Matrice inversabilă, inversa

unei matrice. Rangul unei matrice cu elemente într-un corp comutativ. Matricea asociată unei aplicații liniare.

Sisteme de ecuații liniare. Teorema lui Cramer. Teorema Kronecker-Capelli. Sisteme omogene. Metoda lui Gauss de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare.

Date statistice. Reprezentarea grafică a datelor statistice. Eșantionare. Frecvență. Medii. Dispersie.

Graf, graf arbore. Distanță, drumuri, lungimea unui drum.

### **Geometrie și trigonometrie**

Poziții relative ale punctelor, dreptelor și planelor.

Segment, triunghi, semidreaptă, semiplan, unghi, poligon, poligon convex.

Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment, măsura unui unghi. Congruența segmentelor, a unghiurilor și a triunghiurilor. Inegalități relative la laturile și unghiurile unui triunghi.

Drepte paralele în plan, axioma de paralelism, perechi de unghiuri congruente formate de o secantă cu două drepte paralele. Suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi. Patrulatere: paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez. Linii importante într-un triunghi (mediane, înălțimi, mediatoare, bisectoare) și concurența lor.

Teorema lui Thales. Asemănarea triunghiurilor. Relații metrice într-un triunghi. Calcularea lungimii medianelor, a bisectoarelor și a înălțimilor unui triunghi. Teorema lui Menelaus și teorema lui Ceva.

Cercul. Cercul înscris și cercul circumscris unui triunghi. Coarde, arce și unghiuri în cerc. Puterea unui punct față de un cerc, axă radicală a două cercuri. Poligoane înscrise sau circumscrise unui cerc, poligoane regulate. Lungimea cercului și lungimea arcului de cerc.

Aria suprafețelor poligonale plane. Aria discului și aria sectorului circular.

Drepte paralele în spațiu, dreaptă paralelă cu un plan, plane paralele. Unghiul a două drepte, drepte perpendiculare. Dreaptă perpendiculară pe un plan, teorema celor trei perpendiculare, plane perpendiculare. Proiecții. Unghiul unei drepte cu un plan, unghiul a două plane. Distanța de la un punct la un plan. Perpendiculara comună a două drepte necoplanare, distanța dintre două drepte.

Corpuri poliedrale: prisma, piramida, trunchiul de piramidă. Corpuri de rotație: sfera, cilindrul circular drept, conul circular drept, trunchiul de con circular drept. Secțiuni cu un plan. Aree și volume.

Vectori în plan și în spațiu. Operații cu vectori: adunarea, înmulțirea cu numere reale, produsul scalar și produsul vectorial. Vectori de poziție. Repere carteziane pe dreaptă, în plan și în spațiu. Ecuații ale dreptelor în plan și în spațiu. Ecuații ale planului.

Condiții de coliniaritate, paralelism și perpendicularitate în plan și în spațiu, condiții de coplanaritate. Determinarea unghiurilor dintre drepte, plane, drepte și plane. Distanța de la un punct la o dreaptă în plan și în spațiu. Distanța de la un punct la un plan. Aria unui triunghi. Volumul unui tetraedru.

Ecuațiile cercului. Ecuația carteziană redusă a elipsei, a hiperbolei, a parabolei. Tangente la cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă.

Funcții trigonometrice, formule fundamentale, funcții trigonometrice inverse. Ecuații trigonometrice și sisteme de ecuații trigonometrice. Aplicații ale trigonometriei în geometrie.

Locuri geometrice.

### **Analiză matematică**

Mulțimea numerelor reale: structura de ordine, axioma lui Cantor. Mulțimi mărginite și mulțimi nemărginite. Vecinătăți. Puncte interioare, aderente, de acumulare. Mulțimi deschise, închise, compacte. Dreapta reală încheiată.

Șiruri de numere reale. Subșir. Limita unui șir. Convergența șirurilor monotone și mărginite. Convergența șirurilor Cauchy. Operații cu șiruri care au limită, cazuri de nedeterminare. Criterii de existență a limitei: criteriul cleștelui, criteriul majorării, criteriul raportului. Lema Stolz-Cesarò, criteriul rădăcinii. Trecerea la limită în inegalități. Șiruri remarcabile: șiruri cu limita  $e$ , șirul sumelor parțiale ale seriei armonice generalizate.

Funcții reale de o variabilă reală. Funcții mărginite. Funcții convexe, funcții concave.

Limite de funcții, definiții echivalente. Operații cu limite de funcții, cazuri de nedeterminare.

Continuitate. Puncte de discontinuitate. Operații cu funcții continue. Funcții continue pe intervale. Teorema lui Weierstrass. Proprietatea lui Darboux. Discontinuități ale funcțiilor monotone și discontinuități ale funcțiilor cu proprietatea lui Darboux. Continuitate uniformă.

Derivabilitate. Operații cu funcții derivabile. Proprietăți ale funcțiilor derivabile, derivata funcției inverse. Derivate de ordin superior. Puncte de extrem local. Tangenta la graficul unei funcții într-un punct, puncte de inflexiune, puncte de întoarcere, puncte unghiulare. Teorema lui Fermat. Teorema lui Rolle. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Teorema lui Darboux. Studiul monotoniei și al convexității cu ajutorul derivatelor. Teoremele lui l'Hospital. Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange. Dezvoltarea în serie Taylor pentru funcțiile  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^a$ ,  $e^x$ .

Integrabilitate Riemann, criteriul lui Darboux. Integrarea funcțiilor monotone și a funcțiilor continue. Teorema de medie. Primitive, teorema de existență a primitivelor funcțiilor continue. Formula Leibniz-Newton. Metode de calcul al integralelor. Aplicații ale calculului integral în geometrie.

Rezolvarea ecuațiilor diferențiale cu variabile separabile, a ecuațiilor diferențiale liniare de ordinul I și a ecuațiilor diferențiale de ordinul al II-lea cu coeficienți constanți.

#### **D. BIBLIOGRAFIE OBLIGATORIE PENTRU TEMATICA ȘTIINȚIFICĂ DISCIPLINA MATEMATICĂ**

\*\*\* *Manuale școlare alternative aprobate pentru disciplina Matematică, conform Catalogului manualelor școlare valabile în învățământul preuniversitar, [www.edu.ro](http://www.edu.ro)*

1. Becheanu M., Dincă A., Ion I., Niță C., Purdea I., Radu N., Ștefănescu C.: *Algebră pentru perfecționarea profesorilor*, EDP, București, 1983
2. Brânzei D., Onofraș E., Anița S.: *Bazele raționamentului geometric*, Editura Academiei, București, 1983
3. Brânzei D., Zanoschi A.: *Geometrie, probleme cu vectori*, Editura Paralela 45, Pitești, 2003
4. Colojoară I.: *Analiză matematică*, EDP, București, 1983
5. Miron R., Brânzei D.: *Fundamentele aritmeticii și geometriei*, Editura Academiei, București, 1983
6. Miron R., Papuc D. (coord.): *Geometrie pentru perfecționarea profesorilor*, EDP, București, 1983
7. Năstăsescu C., Niță C., Vraciu C.: *Bazele algebrei, vol. I*, Editura Academiei, București, 1986
8. Nicolescu M., Dinculeanu N., Marcus S.: *Analiza matematică*, EDP, București, 1980
9. Nicolescu L., Boskoff V.: *Probleme practice de geometrie*, Editura Tehnică, București, 1990
10. Nicula V.: *Numere complexe*, Editura Scorpion, București, 1993
11. Panaitopol L., Gica Al.: *Elemente de teoria numerelor*, Editura Universității din București, 2001
12. Panaitopol L., Șerbănescu D.: *Probleme de teoria numerelor și combinatorică*, Editura Gil, Zalău, 2002
13. Popa E.: *Analiză matematică. Culegere de probleme*, Editura Gil, Zalău, 2005

14. Singer Mihaela, Voica C., Neagu Mihaela: *Statistică și probabilități – curs introductiv pentru elevi, studenți și profesori*, Editura Sigma, București, 2003
15. Tomescu I.: *Probleme de combinatorică și teoria grafurilor*, EDP, București, 1981
16. Țițeica G.: *Culegere de probleme de geometrie*, Editura Tehnică, București, 1965.

## **E. TEMATICA PENTRU METODICA PREDĂRII MATEMATICII**

### **I. Proiectarea, organizarea și desfășurarea activității didactice**

1. Componentele curriculumului național: planuri-cadru, programe școlare, manuale școlare și auxiliare curriculare; alți termeni de referință ai curriculumului național: cadru de referință, competențe generale, competențe specifice etc.
2. Proiectarea activității didactice: planificarea calendaristică, proiectarea unei unități de învățare.
3. Proiectarea curriculumului la decizia școlii (aprofundare/ extindere/ opțional ca disciplină nouă): structură, condiționări, modalități de adecvare la grupuri țintă diferite.

### **II. Strategii didactice utilizate în procesul de predare-învățare-evaluare la *Matematică***

1. Metode didactice specifice matematicii, metode de învățare centrate pe elev.
2. Forme de organizare a activității didactice (frontal, individual, grup): clasificare, caracterizare.
3. Mijloace de învățământ (tipuri, caracterizare, funcții didactice); integrarea lor în procesul de predare-învățare-evaluare.

### **III. Evaluarea procesului instructiv-educativ, a progresului și a rezultatelor școlare; valorizarea activității elevului**

1. Evaluarea: obiective, funcții, tipuri de evaluări; calități ale instrumentelor de evaluare: validitate, fidelitate, obiectivitate și aplicabilitate.
2. Metode de evaluare: tradiționale, alternative; erori de evaluare și modalități de minimizare a lor.
3. Tipologia itemilor: definiție, clasificări, caracteristici, reguli de proiectare.



## **F. BIBLIOGRAFIE OBLIGATORIE PENTRU METODICA PREDĂRII MATEMATICII**

- \*\*\* *Ghid de evaluare pentru matematică*, SNEE, Editura ProGnosis, București, 2000
- \*\*\* *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar – gimnaziu*, Editura SC Aramis Print, București, 2001
- \*\*\* *Ghid metodologic aria curriculară Matematică și Științe ale naturii – liceu*, Editura SC Aramis Print, București, 2002
- \*\*\* *Curriculum național. Programe școlare în vigoare pentru matematică*, [www.edu.ro](http://www.edu.ro)
- \*\*\* *Planurile-cadru în vigoare pentru matematică*, [www.edu.ro](http://www.edu.ro)
1. Brânzei D., Brânzei Rodica: *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești, 2000
  2. Catană Aurelia, Săvuică M., Stănășilă O.: *Metodica predării analizei matematice*, EDP, București, 1983
  3. Cristea S.: *Fundamentele pedagogiei*, Editura Polirom, Iași, 2010
  4. Cucoș C.: *Psihopedagogie pentru examenele de definitivare și grade didactice*, Editura Polirom, Iași, 2009
  5. Dragomir Mariana: *Managementul activității didactice*, Editura Eurodidact, Cluj-Napoca, 2003
  6. Pânișoară O.: *Comunicarea eficientă. Metode de interacțiune eficientă*, Editura Polirom, Iași, 2003
  7. Polya G.: *Descoperirea în matematică*, EDP, București, 1971
  8. Savu I. ș. a.: *Ghidul profesorului de matematică – Concursul pentru ocuparea posturilor didactice - 2004*, Editura Sigma, București, 2004
  9. Singer Mihaela, Voica C.: *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a*, Editura Sigma, București, 2002
  10. Stoica A.: *Evaluarea progresului școlar. De la teorie la practică*, Editura Humanitas Educațional, București, 2003

### **Grupul de lucru pentru elaborarea programei**

Cristian ALEXANDRESCU	- Colegiul Național I. Creangă, București
Mihai BĂLUNĂ	- Colegiul Național M. Viteazul, București
Bogdan CRISTESCU	- Colegiul Național M. Eminescu, Iași
Gabriela STREINU-CERCEL	- Școala Superioară Comercială N.Kretzulescu, București
Nicu SUCIU	- Colegiul Național Gh. Lazăr, Sibiu
Adrian TROIE	- Colegiul Național Sf.Sava, București