

**MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE**

**P R O G R A M A**  
**PENTRU EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT**

**DISCIPLINA DE EXAMEN: MATEMATICĂ**

**2015**

## A. NOTĂ DE PREZENTARE

Programa pentru disciplina *Matematică* se adresează profesorilor de matematică, absolvenți ai învățământului superior de specialitate, care se prezintă la *Examenul național de definitivare în învățământ* în vederea dobândirii dreptului de a practica în învățământul preuniversitar.

Programa pentru *Examenul național de definitivare în învățământ* este elaborată luând în considerare și programele școlare în vigoare pentru *Matematică*, în învățământul gimnazial și liceal și programa *Concursului pentru ocuparea posturilor didactice/catedrelor declarate vacante/rezervate în învățământul preuniversitar*, disciplina *Matematică*. Acordarea definitivării în învățământ semnifică recunoașterea competențelor minim acceptabile dobândite de către o persoană care a optat pentru cariera didactică și care garantează, în acest fel, că dispune de pregătirea necesară pentru exercitarea profesiei didactice și că poate intra pe o rută ascendentă de profesionalizare.

Din această perspectivă aspectele fundamentale vizate prin această programă sunt:

- utilizarea conținuturilor științifice de specialitate fundamentale și a conexiunilor pe care *Matematica* le are cu alte discipline studiate în gimnaziu și în liceu;
- aplicarea conceptelor de bază și a principiilor didacticii generale și ale metodicii predării matematicii în gimnaziu și în liceu în contexte educaționale specifice.

Această programă are în vedere **competențe** asociate atât conținuturilor științifice de specialitate, cât și conținuturilor metodicii predării matematicii, competențe pe care profesorul de matematică trebuie să și le formeze/dezvolte și care sunt evaluate, în vederea certificării, în cadrul *Examenului național de definitivare în învățământ*.

**Competențele de evaluat asociate conținuturilor științifice de specialitate fundamentale și a conexiunilor pe care *Matematica* le are cu alte discipline studiate în învățământul preuniversitar**

1. Identificarea unor date, concepte, relații specifice matematicii și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual specifice matematicii cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor, algoritmilor și a procedurilor specifice matematicii pentru a caracteriza local sau global o situație concretă
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a caracteristicilor cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analizarea și interpretarea caracteristicilor unor relații sau procese specifice matematicii pornind de la situații reale sau ipotetice
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

**Competențele de evaluat asociate conceptelor de bază și principiilor didacticii generale și ale metodicii predării matematicii în gimnaziu și în liceu**

1. Identificarea strategiilor didactice adaptate particularităților de vârstă și individuale ale elevilor în vederea utilizării acestora în procesul de predare-învățare-evaluare la *Matematică*
2. Proiectarea activității didactice, la disciplina *Matematică*, pentru o unitate de învățare, un curriculum la decizia școlii etc.
3. Asigurarea concordanței între metodele de evaluare, competențele specifice, conținuturile și instrumentele de evaluare, în cadrul unei activități didactice la disciplina *Matematică*
4. Exprimarea în limbaj specific a caracteristicilor strategiilor didactice alese la disciplina *Matematică* pentru realizarea unei activități didactice interactive, stimulative, participative
5. Analizarea activității didactice proiectate la disciplina *Matematică*, în vederea corelării acesteia cu particularitățile de vârstă și individuale ale elevilor
6. Adecvarea metodelor și a instrumentelor de evaluare la conținuturile vizate și la competențele specifice asociate pentru realizarea unor activități didactice interactive, stimulative, participative la disciplina *Matematică*

## B. TEMATICA ȘTIINȚIFICĂ PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ

**Algebră (cu elemente de logică matematică, teoria mulțimilor, aritmetică, teoria probabilităților și statistică)**

Propoziții. Operatori logici. Predicate. Cuantificator universal și cuantificator existențial.

Mulțimi. Mulțimi de numere ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ). Operații cu mulțimi. Principiul includerii și excluderii. Relații binare. Relații de ordine. Relații de echivalență, clase de echivalență. Numere cardinale, operații. Mulțimi finite și mulțimi infinite. Mulțimi numărabile și mulțimi nenumărabile. Metoda inducției matematice.

Funcții. Funcții injective, surjective, bijective. Compunerea funcțiilor. Funcții inversabile, inversa unei funcții.

Funcții reale de variabilă reală monotone, periodice, pare, impare. Operații cu funcții reale.

Șiruri. Șiruri recurente. Progresii aritmetice și progresii geometrice.

Numere naturale și numere întregi. Teorema împărțirii cu rest. Divizibilitate. Criterii de divizibilitate. Numere prime. Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c., c.m.m.m.c. a două sau mai multor numere întregi. Algoritmul lui Euclid pentru determinarea c.m.m.d.c. a două numere întregi. Ecuații diofantice  $ax + by = c$ .

Probleme de numărare. Permutări, aranjamente, combinații. Binomul lui Newton.

Evenimente aleatoare, operații cu evenimente. Probabilitatea unui eveniment în cazul evenimentelor elementare egal probabile (cazul finit). Probabilități condiționate. Evenimente independente. Scheme clasice de probabilitate (Poisson și Bernoulli). Variabile aleatoare.

Radicalul de ordinul  $n$  dintr-un număr real. Puteri cu exponent rațional și puteri cu exponent real. Funcția exponențială și funcția logaritmică.

Numere complexe. Forma algebrică, modulul și conjugatul unui număr complex. Forma trigonometrică a unui număr complex. Operații cu numere complexe. Formula lui Moivre. Rădăcinile de ordinul  $n$  ale unui număr complex. Ecuații binome. Interpretări geometrice ale operațiilor cu numere complexe. Aplicații în geometrie ale numerelor complexe.

Lege de compoziție. Asociativitate, comutativitate, element neutru, elemente simetrizabile. Monoid, grup, subgrup. Morfism de grupuri, izomorfism de grupuri. Teorema lui Lagrange despre grupuri. Grup ciclic. Ordinul unui element într-un grup. Grup de permutări. Transpoziție. Signatura unei permutări.

Inel unitar, subinel, divizori ai lui zero. Morfism de inele, izomorfism de inele. Grupul unităților unui inel. Inel integrat. Inelul claselor de resturi modulo  $n$ . Indicatorul lui Euler. Mica teoremă a lui Fermat, teorema lui Euler, teorema lui Wilson. Lema chineză a resturilor. Corp, subcorp. Morfism de corpuri, izomorfism de corpuri.

Inelul polinoamelor de o nedeterminată având coeficienții într-un inel comutativ. Gradul unui polinom. Funcție polinomială. Teorema împărțirii cu rest pentru polinoame având coeficienții într-un corp comutativ. Divizibilitate, asociere în divizibilitate, c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două sau mai multor polinoame, algoritmul lui Euclid pentru aflarea c.m.m.d.c. a două polinoame. Rădăcinile unui polinom având coeficienții într-un corp comutativ. Teorema lui Bézout. Teorema fundamentală a algebrei (fără demonstrație). Rădăcini multiple. Derivata formală a unui polinom. Teorema de caracterizare a rădăcinilor multiple pentru un polinom având coeficienții într-un corp de caracteristică zero. Relațiile lui Viète. Sumele lui Newton. Polinoame având coeficienții întregi, raționali, reali, complecși. Polinoame ireductibile.

Spațiu vectorial, subspațiu. Dependență liniară, independență liniară, sistem de generatori. Bază a unui spațiu vectorial. Aplicație liniară.

Matrice cu elemente într-un inel comutativ. Operații cu matrice. Transpusa unei matrice. Determinantul de ordin  $n$ . Proprietăți ale determinantilor. Determinantul produsului a două matrice. Matrice inversabilă, inversa unei matrice. Rangul unei matrice cu elemente într-un corp comutativ. Matricea asociată unei aplicații liniare.

Sisteme de ecuații liniare. Teorema lui Cramer. Teorema Kronecker-Capelli. Sisteme omogene.

Date statistice. Reprezentarea grafică a datelor statistice. Eșantionare. Frecvență. Medii. Dispersie.

Graf, graf arbore. Distanță, drumuri, lungimea unui drum.

### **Geometrie și trigonometrie**

Poziții relative ale punctelor, dreptelor și planelor.

Segment, triunghi, semidreaptă, semiplan, unghi, poligon, poligon convex.

Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment, măsura unui unghi. Congruența segmentelor, a unghiurilor și a triunghiurilor. Inegalități referitoare la unghiurile și laturile unui triunghi.

Drepte paralele în plan, axioma de paralelism, perechi de unghiuri congruente formate de o secantă cu două drepte paralele. Suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi. Patrulater: paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez. Linii importante într-un triunghi (mediane, înălțimi, mediatoare, bisectoare) și concurența lor.

Teorema lui Thales. Asemănarea triunghiurilor. Relații metrice într-un triunghi. Teorema bisectoarei. Calcularea lungimii medianelor, a bisectoarelor și a înălțimilor unui triunghi. Teorema lui Menelaus și teorema lui Ceva.

Cercul. Cercul înscris și cercul circumscris unui triunghi. Coarde, arce și unghiuri în cerc. Puterea unui punct față de un cerc, axa radicală a două cercuri. Poligoane înscrise sau circumscrise unui cerc, poligoane regulate. Lungimea cercului și lungimea arcului de cerc.

Aria suprafețelor poligonale plane. Aria discului și aria sectorului circular.

Drepte paralele în spațiu, dreaptă paralelă cu un plan, plane paralele. Unghiul a două drepte, drepte perpendiculare. Dreaptă perpendiculară pe un plan, teorema celor trei perpendiculare, plane perpendiculare. Proiecții. Unghiul unei drepte cu un plan, unghiul a două plane. Distanța de la un punct la un plan. Perpendiculara comună a două drepte necoplanare, distanța dintre două drepte.

Corpuri poliedrale: prisma, piramida, trunchiul de piramidă. Corpuri de rotație: sfera, cilindrul circular drept, conul circular drept, trunchiul de con circular drept. Secțiuni cu un plan. Arii și volume.

Vectori în plan. Operații cu vectori: adunarea, înmulțirea cu numere reale, produsul scalar. Vectori de poziție.

Reper cartezian în plan. Ecuații ale drepte în plan. Condiții de coliniaritate, paralelism și perpendicularitate în plan. Determinarea unghiurilor dintre drepte. Distanța de la un punct la o dreaptă în plan. Aria unui triunghi. Ecuațiile cercului. Ecuația carteziană redusă a elipsei, a hiperbolei, a parabolei. Tangente la cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă.

Funcții trigonometrice, formule fundamentale, funcții trigonometrice inverse. Ecuații trigonometrice și sisteme de ecuații trigonometrice. Aplicații ale trigonometriei în geometrie.

Locuri geometrice.

#### **Analiză matematică**

Mulțimea numerelor reale: structura de ordine, axioma lui Cantor. Mulțimi mărginite și mulțimi nemărginite. Vecinătăți. Puncte interioare, aderente, de acumulare. Mulțimi deschise, închise, compacte. Dreapta reală încheiată.

Șiruri de numere reale. Subșir. Limita unui șir. Convergența șirurilor monotone și mărginite. Convergența șirurilor Cauchy. Operații cu șiruri care au limită, cazuri de nedeterminare. Criterii de existență a limitei: criteriul cleștelui, criteriul majorării, criteriul raportului. Lema Stolz-Cesaro, criteriul rădăcinii. Trecerea la limită în inegalități. Șiruri remarcabile: șiruri cu limita  $e$ , șirul sumelor parțiale ale seriei armonice generalizate.

Funcții reale de o variabilă reală. Funcții mărginite. Funcții convexe, funcții concave.

Limite de funcții, definiții echivalente. Operații cu limite de funcții, cazuri de nedeterminare.

Continuitate. Puncte de discontinuitate. Operații cu funcții continue. Funcții continue pe intervale. Teorema lui Weierstrass. Proprietatea lui Darboux. Discontinuități ale funcțiilor monotone și discontinuități ale funcțiilor cu proprietatea lui Darboux. Continuitate uniformă

Derivabilitate. Derivatele funcțiilor uzuale. Operații cu funcții derivabile. Proprietăți ale funcțiilor derivabile, derivata funcției inverse. Derivate de ordin superior. Tangenta la graficul unei funcții într-un punct, puncte de inflexiune, puncte de întoarcere, puncte unghiulare. Puncte de extrem local. Teorema lui Fermat. Teorema lui Rolle. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Teorema lui Darboux. Studiul monotoniei și al convexității cu ajutorul derivatelor. Teoremele lui l'Hospital. Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange. Dezvoltarea în serie Taylor pentru funcțiile  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^a$ ,  $e^x$ .

Integrabilitate Riemann. Integrabilitatea funcțiilor monotone și a funcțiilor continue. Teorema de medie. Primitive, teorema de existență a primitivelor funcțiilor continue. Formula Leibniz-Newton. Metode de calcul a integralelor. Aplicații ale calculului integral în geometrie.

### **C. BIBLIOGRAFIE PENTRU TEMATICA ȘTIINȚIFICĂ - DISCIPLINA MATEMATICĂ**

\*\*\* *Manuale școlare aprobate pentru disciplina Matematică*, conform Catalogului manualelor școlare valabile în învățământul preuniversitar, [www.edu.ro](http://www.edu.ro)

1. Becheanu, M., Dincă, A., Ion, I., Nită, C., Purdea, I., Radu, N., Ștefănescu, Mirela, Vraciu, C.: *Algebră pentru perfecționarea profesorilor*, EDP, București, 1983
2. Brânzei, D., Onofraș, E., Anița, S.: *Bazele raționamentului geometric*, Editura Academiei, București, 1983
3. Brânzei, D., Zanoschi, A.: *Geometrie, probleme cu vectori*, Editura Paralela 45, Pitești, 2003
4. Miron, R., Papuc, D. (coord.): *Geometrie pentru perfecționarea profesorilor*, EDP, București, 1983
5. Nicolescu, M., Dinculeanu, N., Marcus, S.: *Analiza matematică*, EDP, București, 1980
6. Panaitopol, L., Gica, Al.: *Elemente de teoria numerelor*, Editura Universității din București, 2001
7. Panaitopol, L., Șerbănescu, D.: *Probleme de teoria numerelor și combinatorică*, Editura Gil, Zalău, 2002
8. Popa, E.: *Analiză matematică. Culegere de probleme*, Editura Gil, Zalău, 2005
9. Precupanu, Anca: *Bazele analizei matematice*, Editura Universității Al. I. Cuza, Iași, 1993
10. Singer, Mihaela, Voica, C., Neagu, Mihaela: *Statistică și probabilități – curs introductiv pentru elevi, studenți și profesori*, Editura Sigma, București, 2003
11. Tomescu, I.: *Probleme de combinatorică și teoria grafurilor*, EDP, București, 1981
12. Țiteica, G.: *Culegere de probleme de geometrie*, Editura Tehnică, București, 1965

### **D. TEMATICA PENTRU METODICA PREDĂRII MATEMATICII**

#### **I. Proiectarea, organizarea și desfășurarea activității didactice**

1. Componentele curriculumului național: planuri-cadru, programe școlare, manuale școlare și auxiliare curriculare; alți termeni de referință ai curriculumului național: cadru de referință, competențe generale, competențe specifice etc.
2. Proiectarea activității didactice: planificarea calendaristică, proiectarea unei unități de învățare.
3. Proiectarea curriculumului la decizia școlii (aprofundare/extindere/opțional ca disciplină nouă): structură, condiționări, modalități de adevare la grupuri țintă diferite.

#### **II. Strategii didactice utilizate în procesul de predare-învățare-evaluare la Matematică**

1. Metode didactice specifice matematicii (problematizarea, învățarea prin descoperire, rolul problemelor în învățarea matematicii, rolul exemplelor și contraexemplelor în procesul de predare-învățare-evaluare etc.) și metode de învățare centrate pe elev.
2. Forme de organizare a activității didactice (frontal, individual, grup): clasificare, caracterizare.
3. Mijloace de învățământ (tipuri, caracterizare, funcții didactice); integrarea lor în procesul de predare-învățare-evaluare.

### **III. Evaluarea procesului instructiv-educativ, a progresului și a rezultatelor școlare; valorizarea activității elevului**

1. Evaluarea: obiective, funcții, tipuri de evaluări; calități ale instrumentelor de evaluare: validitate, fidelitate, obiectivitate și aplicabilitate.
2. Metode de evaluare: tradiționale, alternative; erori de evaluare și modalități de minimizare a lor.
3. Tipologia itemilor: definiție, clasificări, caracteristici, reguli de proiectare.

### **E. BIBLIOGRAFIE PENTRU METODICA PREDĂRII MATEMATICII**

\*\*\* *Curriculum național. Programe școlare în vigoare pentru matematică*, <http://programe.ise.ro>

\*\*\* *Planurile-cadru în vigoare pentru matematică*, [www.ise.ro](http://www.ise.ro)

\*\*\* *Ghid de evaluare la disciplina matematică*, Editura ERC PRESS, București, 2011, <https://insam.softwin.ro>

\*\*\* *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar – gimnaziu*, Editura SC Aramis Print, București, Consiliul Național pentru Curriculum, 2001

\*\*\* *Ghid metodologic aria curriculară Matematică și Științe ale naturii, liceu*, Editura SC Aramis Print, București, Consiliul Național pentru Curriculum, 2002

1. Asaftei, P., Romila, Amalia, Chirilă, C.: *Ghid de pregătire a examenului de definitivat Matematică învățători/institutori*, Editura Caba, 2004
2. Brânzei, D., Brânzei, Roxana: *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești, 2000
3. Catană, Aurelia, Săcuiu, Mihaela, Stănășilă, O.: *Metodica predării analizei matematice*, EDP, București, 1983
4. Cîrjan, F.: *Didactica matematicii*, Editura Corint, București, 2007
5. Cristea, S.: *Fundamentele pedagogiei*, Editura Polirom, Iași, 2010
6. Cucoș, C.: *Psihopedagogie pentru examenele de definitivare și grade didactice*, Editura Polirom, Iași, 2009
7. Cucoș, C.: *Teoria și metodologia evaluării*, Editura Polirom, 2008
8. Oprea, Crenguța-Lăcrămioara: *Strategii didactice interactive*, EDP, București, 2009
9. Polya, G.: *Descoperirea în matematică*, EDP, București, 1971
10. Savu, I. ș.a.: *Ghidul profesorului de matematică – Concursul pentru ocuparea posturilor didactice - 2004*, Editura Sigma, București, 2004
11. Savu, I. ș.a.: *Modele de teste și probleme propuse pentru Concursul pentru ocuparea posturilor didactice 2006*, Editura Grup Editorial Art, 2006
12. Singer, Mihaela, Voica, C.: *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a*, Editura Sigma, București, 2002
13. Stoica, A.: *Evaluarea progresului școlar. De la teorie la practică*, Editura Humanitas Educațional, București, 2003