

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 9

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy  $\left(2 - \frac{1}{2}\right)\left(3 - \frac{1}{3}\right)\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = 3$ .
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2$  függvény. Határozd meg az  $a$  valós számokat, amelyekre  $f(a) + f(a+1) = 5$ .
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán az  $5^{2x-4} = 25$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az  $M = \{10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$  halmaz véletlenszerűen kiválasztott eleme 10 -zel osztható szám legyen!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(6,1)$  és  $B(2,5)$  pontok. Számítsd ki az  $OM$  szakasz hosszát, ahol  $M$  az  $AB$  szakasz felezőpontja.
- 5p 6. Igazold, hogy  $2 \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ = \frac{1}{4}$ .

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$  és  $M(a) = \begin{pmatrix} a-2 & 1 \\ 4 & a+1 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $a$  valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $\det A = 36$ .
- 5p b) Határozd meg az  $a$  valós értékeit, amelyekre az  $M(a)$  mátrix invertálható!
- 5p c) Határozd meg az  $x$  és  $y$  valós számokat, amelyekre  $M(x) \cdot M(y) = A$ .
2. Adott az  $f = X^3 + mX - 6$  polinom, ahol  $m$  valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $f(1) = m - 5$ , bármely  $m$  valós szám esetén!
- 5p b) Határozd meg az  $m$  valós számot, amelyre  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ , ahol  $x_1, x_2$  és  $x_3$  az  $f$  polinom gyökei!
- 5p c) Ha  $m = -7$ , határozd meg a  $p$  és  $q$  valós számokat úgy, hogy  $f = (X+1)(X^2 + pX + q)$ .

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = 3x(x-2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Határozd meg az  $f$  grafikus képének  $x=1$  abszcisszájú pontjában, az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Igazold, hogy  $f(x) \geq -1$ , bármely  $x \in [0, +\infty)$ .
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - x, & x \in (-\infty, 1] \\ 2 + \frac{1}{x} \cdot \ln x, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$ .
- 5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek van primitív függvénye  $\mathbb{R}$ -en!
- 5p c) Határozd meg az  $n$  természetes számot, amelyre  $\int_0^2 f(x) dx = \frac{n^2 - 4 + \ln^2 2}{2}$ .